جامعة عباس لغرور -خنشلة-

كلية العلوم الاقتصادية و التجارية وعلوم التسيير

| المقياس:رياضيات2 | السنة الدراسية : 2021- 2022 | الامتحان الاخير | المدة:60 دقيقة (1ساعة) |
|---|---|---|---|

## التمرين الاول (12 نقطة)

1. لتكن المصفوفات التالية

$$A=\begin{pmatrix}1&0&1\\0&1&2\\1&0&3\end{pmatrix},\ B=\begin{pmatrix}5&1&0\\0&3&2\\0&2&2\end{pmatrix},\ C=\begin{pmatrix}5&3&2\\0&7&6\\5&7&6\end{pmatrix},\ D=\begin{pmatrix}0&-4&4\\30&20&-30\\-35&-20&35\end{pmatrix}$$

a. برهن ان $C=A.B$ .

b. اثبت ان المصفوفة C قابلة للقلب.

c. اثبت ان $C.D=20I_3$ حيث $I_3=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}$

d. استنتج مقلوب المصفوفة C .

2. نعتبر جملة المعادلات الخطية (S) التالية :

$$(S)\begin{cases}5x+3y+2z=7\\7y+6z=6\\5x+7y+6z=11\end{cases}$$

a. اكتب الجملة (S) على الشكل $FX=G$ حيث G و $F$ مصفوفتان يطلب تعيينهما.

b. حل الجملة (S) باستعمال طريقة المقلوب

## التمرين الثاني (8 نقاط)

ليكن التطبيق $f$ المعرف كمايلي

$$f:\mathbb{R}^3\longrightarrow\mathbb{R}^2$$

$$X=(x,y,z)\mapsto f(X)=(x-z,y+z)$$

1. برهن ان $f$ تطبيق خطي

2. عين $\operatorname{Ker} f$

3. عين $\operatorname{Im} f$

بالتوفيـــــــق

جامعة عباس لغرور –خنشلة-　　　　　كلية العلوم الاقتصادية و التجارية وعلوم التسيير

المقياس:رياضيات2　　السنة الدراسية : 2021- 2022　　التصحيح النموذجي لامتحان الاخير　　المدة:60 دقيقة

## التمرين الاول (12 نقطة)

.1

a. $A.B=\begin{pmatrix}1&0&1\\0&1&2\\1&0&3\end{pmatrix}\begin{pmatrix}5&1&0\\0&3&2\\0&2&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}5&3&2\\0&7&6\\5&7&6\end{pmatrix}=C$ ............... **(1pts)**

b. $\mathrm{Det}(C)=\det\begin{pmatrix}5&3&2\\0&7&6\\5&7&6\end{pmatrix}=20\neq 0.$ ومنه المصفوفة C قابلة للقلب............... **(2pts)** .

c. $C.D=\begin{pmatrix}5&3&2\\0&7&6\\5&7&6\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0&-4&4\\30&20&-30\\-35&-20&35\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}20&0&0\\0&20&0\\0&0&20\end{pmatrix}=20\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}=20I_3$ ............... **(2pts)**

d. لدينا $C.D=20I_3$ أي $C.\frac{1}{20}.D=I_3$ ومنه مقلوب المصفوفة C هو $C^{-1}=\frac{1}{20}.D=\frac{1}{20}\begin{pmatrix}0&-4&4\\30&20&-30\\-35&-20&35\end{pmatrix}$ ............ **(2pts)**

.2

a. الجملة (S) تكافىء $\begin{pmatrix}5&3&2\\0&7&6\\5&7&6\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}7\\6\\11\end{pmatrix}$ اي ............... **(1 pts)**

على الشكل $FX=G$ حيث $G=\begin{pmatrix}7\\6\\11\end{pmatrix}$, $X=\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}$ و $F=C=\begin{pmatrix}5&3&2\\0&7&6\\5&7&6\end{pmatrix}$ ............... **(1pts)**

b. لدينا $FX=G$ أي $CX=G$ ومنه $X=C^{-1}G$ أي $X=\frac{1}{20}\begin{pmatrix}0&-4&4\\30&20&-30\\-35&-20&35\end{pmatrix}\begin{pmatrix}7\\6\\11\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix}$ ............ **(2pts)**

حل الجملة (S) هو $X=\begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix}$ ............ **(1pts)**

## التمرين الثاني (8 نقاط)

$$X=(x,y,z)\longmapsto f(X)=(x-z,y+z)$$

1. *$f$ تطبيق خطي معناه* $\begin{cases}\forall X=(x,y,z),X'=(x',y',z')\in\mathbb{R}^3: f(X+X')=f(X)+f(X') \\ \text{و} \\ \forall X=(x,y,z)\in\mathbb{R}^3,\forall\alpha\in\mathbb{R}: f(\alpha X)=\alpha f(X)\end{cases}$ ............ **(1pts)**

$$f(X+X')=f\big((x,y,z)+(x',y',z')\big)=f(x+x',y+y',z+z')=(x+x'-z-z',y+y'+z+z')$$

$$=(x-z,y+z)+(x'-z',y'+z')=f(X)+f(X')$$ ......... **(1pts)**

$$f(\alpha X)=f\big(\alpha(x,y,z)\big)=f\big((\alpha x,\alpha y,\alpha z)\big)=(\alpha x-\alpha z,\alpha y+\alpha z)=\alpha(x-z,y+z)=\alpha f(X)$$ ........... **(1pts)**

2. $\mathrm{Ker}\,f=\{X\in\mathbb{R}^3: f(X)=0_{\mathbb{R}^2}=(0,0)\}$ ............ **(0.5pts)**

$$f(X)=(0,0)\Rightarrow(x-z,y+z)=(0,0)\Rightarrow\begin{cases}x-z=0\\y+z=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=z\\y=-z\end{cases}$$

و منه $(x,y,z)=(z,-z,z)=z(1,-1,1)$

$\mathrm{Ker}\,f=\{z(1,-1,1)),z\in\mathbb{R}\}$ ............ **(2pts)**

3. $\mathrm{Im}f=\{f(X)\in\mathbb{R}^2: X\in\mathbb{R}^3\}$ ............ **(0.5pts)**

$$f(X)=(x-z,y+z)=(x,y)+(-z,z)=(x,0)+(0,y)+z(-1,1)=x(1,0)+y(0,1)+z(-1,1)$$

و منه $\mathrm{Im}f=\{x(1,0)+y(0,1)+z(-1,1):(x,y,z)\in\mathbb{R}^3\}$........ **(2pts)**