الامتحان الأول لمادة الاقتصاد الجزئي (I)

دورة 16 جانفي 2025 مدة الامتحان ساعة و نصف

التمرين الأول: (6 نقاط)

لنفرض أن مستهلك ما يستهلك سلعتين (X, Y) ، ينفق كامل الدخل لشرائهما بحيث: $R = 12$ و أسعارهما في السوق على التوالي $P_X = 1$ و $P_Y = 2$ و أن الجدول الآتي يوضح لنا المنافع الحدية للسلعتين:

الوحدات المستهلكة	1	2	3	4	5	6	7	8	9
المنفعة الحدية للسلعة (X)	38	34	31	28	27	25	23	20	18
المنفعة الحدية للسلعة (Y)	60	54	50	46	42	38	33	28	26

1. أوجد المنافع الكلية للسلعتين. (2.5 ن)
2. ما هي الكميات المستهلكة من السلعتين التي تحقق توازن المستهلك؟(2.5 ن)
3. أحسب أكبر إشباع يحققه المستهلك.(1ن)

التمرين الثاني: (3 نقاط)

إذا كانت دالة المنفعة الكلية لمستهلك ما من الشكل: $UT_X = 16X - X^2$

1. أوجد دالة المنفعة الحدية. أثبت أنها متناقصة. (1ن)
2. أرسم كا من منحنى المنفعة الكلية و الحدية إذا ما علمت أن الكميات المستهلكة تأخذ القيم الزوجية من العدد صفر حتى العدد إثنى عشر، أوجد نقطة التشبع. (2ن)

التمرين الثالث: (6 نقاط)

مستهلك يستهلك سلعتين (X, Y)، دالة المنفعة معطاة بالعبارة التالية:

$$UT(X;Y) = 4X^{\frac{1}{2}}Y^{\frac{1}{2}}$$

سعر الوحدة من السلعة (X) هو $P_X = 25$ و سعر الوحدة من السلعة (Y) هو $P_Y = 50$ و الدخل الأسبوعي $R = 750$

1. أحسب الكميات التي تعظم منفعة المستهلك من السلعتين (X, Y) في حدود الدخل المتاح. (3 ن)
2. لنفرض أن الحكومة حددت استهلاك السلعة (X) بـ10 وحدات في الأسبوع للمستهلك الواحد، فإذا ظل المستهلك ينفق كل دخله على السلعتين، ما هي الكمية التي يستهلكها من السلعة (Y)؟ و ماهي قيمة المنفعة الكلية المحققة؟ (3 ن)

التمرين الرابع: (5 نقاط)

لتكن دالة المنفعة الكلية على الشكل التالي: $UT(X, Y) = 2XY$ و أذا توفرت لديكم المعلومات التالية:

$R = 10$; $P_X = 2$; $P_Y = 1$

1. أوجد الكميات من السلعتين (X, Y) التي تعظم دالة المنفعة باستخدام طريقة مضاعف لاغرنج. (1.5ن)
2. أحسب المعدل الحدي للإحلال (TMSxy) عند التوازن وفسر معناه. (1.5 ن)
3. إذا إرتفع سعر السلعة (Y) إلى 2، ما هو الدخل الإضافي الواجب توفره للمستهلك حتى يبقى على نفس منحنى السواء و يحقق بذلك نفس درجة الاشباع. (2ن)

الأستاذة: د. قطري زليخة

الله ولي التوفيق

التصحيح النموذجي لمادة الاقتصاد الجزئي 1
دورة جانفي 2025

حل التمرين الأول: (6 ن)

1- نحصل على المنافع الكلية للسلعتين بجمع المنافع الحدية عند كل إستهلاك مع أن $\Delta Q_x = 1$ فإن

$$UT_x = \sum_{x=1}^{x} Umx_i$$

وهذا ما يوضحه الجدول التالي:

Q_x	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Umx	38	34	31	28	27	25	23	20	18
Umy	60	54	50	46	42	38	33	28	26
UT_x	38	72	103	131	158	183	206	226	244
UT_y	60	114	164	210	252	290	323	351	377

2- لتحديد نقطة التوازن نقوم بـ:

أ- نحسب المنافع الحدية للسلعتين (x, y)

الشرط الأول: $\frac{Umx}{P_x} = \frac{Umy}{P_y}$

ب- ثم نتحقق من الشرط الثاني وهو شرط الإنفاق $R = xP_x + yP_y$

نستخدم الجدول التالي لتحديد مختلف المنافع الحدية عند كل إستهلاك: حيث أن

$R = 12 \quad P_x = 1 \quad P_y = 2$

Q_x	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Umx/P_x	38	34	31	28	27	25	23	20	18
Umy/P_y	30	27	25	23	21	19	16,5	14	13

نقارن قيم المنافع الحدية للنقود بالنسبة للسلعتين فنجد أنها متساوية عند النقاط التالية

$$\frac{Umx}{P_x} = \frac{Umy}{P_y} = 27$$

$$\frac{Umx}{P_x} = \frac{Umy}{P_y} = 23$$

الحالة الأولى

$(x=5, y=2)$

وهنا لا يتحقق قيد الإنفاق

$R = 5(1) + 2(2) = 9 \neq 12$

الحالة الثانية

$R = 7(1) + 4(2) = 15 \neq 12$

$\frac{Umx}{P_x} = \frac{Umy}{P_y} = 25$

الحالة الثالثة

$x = 6, \quad y = 3$

$R = 6(1) + 3(2) = 12$

وهي التوليفة التي تحقق توازن المستهلك

1,25

1,25

3- إن أكبر إشباع ممكن يتمثل في المنفعة الكلية التي يحصل عليها المستهلك باستهلاكه 6 وحدات من السلعة (x) و 3 وحدات من السلعة (y) على النحو التالي وحسب الجدول السابق:

$MAX\ UT_{(x=6,\ y=3)} = 183 + 164$

وحدة منفعة $Max\ UT(x, y) = \boxed{347}$

0,5

حل التمرين الثاني: (3 نقاط)

1- لتحديد المنفعة الحدية نشتق المنفعة الكلية على النحو التالي:

$UT_x = 16x + x^2$

$Umx = (UT_x)' = \frac{\partial UT}{\partial x}$

$\boxed{Umx = 16 - 2x}$ 0,50

- تكون المنفعة الحدية متناقصة إذا كانت مشتقتها أقل تماما من الصفر.

$16 - 2x = Umx$

$(Umx)' = -2$

وهي أقل تماما من الصفر

∴ المنفعة الحدية للسلعة (x) متناقصة

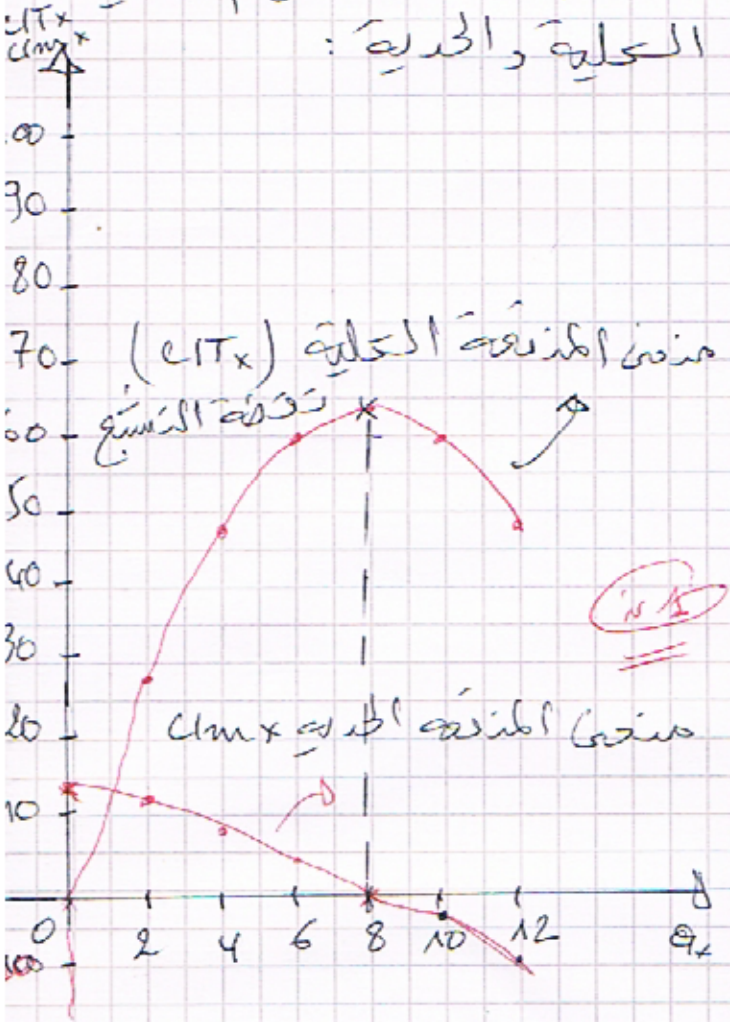
0,50

2- الرسم البياني لدالة المنفعة الكلية والحدية على نفس المعلم لأجل ذلك نستخدم الجدول الموالي:

Q_x	0	2	4	6	8	10	12
UT_x	0	28	48	60	64	60	48
Umx	16	12	8	4	0	-4	-8

0,50

من الجدول يكون الرسم البياني للمنفعة الكلية والحدية:



1,5

يصل المستهلك إلى درجة الإشباع عند إنعدام المنفعة الحدية

$MAX\ UT_x = 60$ وحدة منفعة

$Umx_{x=8} = 0$

عند إستهلاك الوحدة الثامنة يصل المستهلك إلى درجة الإشباع الأعظم.

0,50

حل التمرين الثالث: (6 نقاط)

1- حساب الكميات التي تعظم منفعة المستهلك في حدود الدخل المتاح:

$UT(x,y) = 4x^{1/2} \cdot y^{1/2}$

$P_x = 25 \; ; \; P_y = 50 \quad R = 750$

نستخدم طريقة لاغرانج

$L = 4x^{1/2} \cdot y^{1/2} - \lambda(25x + 50y - 750)$

• الشرط اللازم: أي المشتقات الجزئية تساوي الصفر:

$L'_x = 2x^{-1/2} y^{1/2} - 25\lambda = 0$

$\Rightarrow \lambda 25 = \frac{2y^{1/2}}{x^{1/2}} \quad \dots (1)$

$L'_y = 2x^{1/2} \cdot y^{-1/2} - 50\lambda = 0$

$\Rightarrow \lambda 50 = \frac{2x^{1/2}}{y^{1/2}} \quad \dots (2)$

$L'_\lambda = 25x + 50y = 750 \quad \dots (3)$

بقسمة (1) على (2) نجد:

$\frac{1}{2} = \frac{y}{x} \Rightarrow \boxed{2y = x} \quad \dots (4)$

نعوض (4) في (3) لنجد:

$25(2y) + 50y = 750$

ومنه $100y = 750$

$\Rightarrow \boxed{y = 7{,}50}, \boxed{x = 15}$ (1 ن)

$UT_{(x=15, y=7{,}50)} = 4(15)^{1/2} \cdot (7{,}50)^{1/2}$

$= \boxed{42{,}426}$ (1 ن)

2- بعدما حددت الحكومة الاستهلاك الاسبوعي للسلعة X بـ 10 وحدات نجد من قيد الدخل الوحدات الواجب إستهلاكها من السلعة (Y) على النحو التالي:

$750 = 25(10) + 50y$

$500 = 50y \Rightarrow \boxed{y = 10}$

(1,50 ن)

ومنه فإن المنفعة الكلية =

$UT_{(x=10, y=10)} = 4(10)^{1/2} \cdot (10)^{1/2}$

$UT = 4(10) = \boxed{40}$ وحدة منفعة (1,50 ن)

حل التمرين الرابع: (5 نقاط)

1- لدينا: قيد الدخل عبارة عن

$R = xP_x + yP_y \Rightarrow 10 = 2x + y$

دالة المنفعة الكلية $UT = 2xy$

نستخدم طريقة لاغرانج لتحديد الكم المثلى من إستهلاك السلعتين (x, y):

$L = 2xy - \lambda(2x + y - 10)$

$L'_x = 2y - 2\lambda = 0 \Rightarrow \lambda = y \dots (1)$

$L'_y = 2x - \lambda = 0 \Rightarrow \lambda = 2x \dots (2)$

$L'_\lambda = -2x - y + 10 = 0 \dots (3)$

لنجد من (1) و (2):

$\boxed{y = 2x} \dots (4)$

نعوض ④ في ③ نحصل على:

$-2X - 2X + 10 = 0$

$-4X = -10$

$X = \frac{10}{4} = \boxed{2,50}$

ومنه $Y = 2X = 2,50(2)$

$\boxed{Y = 5}$ 1,50 ن

دالة المنفعة الكلية تساوي:

وحدة منفعة $2(2,5).5 = 25$

وهو مقدار الإشباع الكلي.

2- حساب المعدل الحدي للإحلال ⑤ (TMS_{XY}) عند التوازن:

$$TMS_{(X,Y)} = \frac{\text{المنفعة الحدية للسلعة } (X)}{\text{المنفعة الحدية للسلعة } (Y)}$$

$$TMS_{(X,Y)} = \frac{Umx}{Umy} = \frac{2Y}{2X} = \frac{Y}{X}$$

عند التوازن فإن قيم X و Y تكون على النحو التالي

$X = 2,50$

$Y = 5$

ومنه:

$$TMS_{(X,Y)} = \frac{5}{2,50} = \boxed{2}$$

نستنتج أن المستهلك يتخلى عن وحدتين (2) من السلعة (Y) ليحصل على وحدة واحدة من السلعة (X).

1,50 ن

3- إذا ما ارتفع سعر السلعة (Y) إلى 2 وحدة نقدية

فلحساب الدخل الإضافي (R') حتى نحافظ على نفس درجة الإشباع $U = 25$ نغير البحث عن R' تحت قيد دالة المنفعة الكلية. نستخدم طريقة مضاعف لاغرانج على النحو التالي:

$L = 2X + 2Y - \lambda(2XY - 25)$

$L'_X = 2 - 2\lambda Y = 0 \Rightarrow \lambda = 2/2Y$ ①

$L'_Y = 2 - 2\lambda X = 0 \Rightarrow \lambda = 2/2X$ ②

$\lambda = \lambda \Rightarrow \frac{2}{2Y} = \frac{2}{2X} \Rightarrow \boxed{Y = X}$ ③

نعوض ④ في ③ لنجد:

$-2X(X) + 25 = 0 \Rightarrow 2X^2 = 25$

$X^2 = 12,50$

$\Rightarrow \boxed{X = Y = 3,53}$

فإن الدخل اللازم لهذه الكميات الجديدة هو: $R' = 2X + 2Y$

$\Rightarrow \boxed{R' = 14,12}$ 1 ن

ومنه فإن الدخل الإضافي (ΔR) الواجب توافره للحفاظ على نفس درجة الإشباع هو:

$R - R' = \Delta R = 14,12 - 10$

$\boxed{\Delta R = 4,12}$ 1 ن

وهو الدخل الإضافي.