

التصحيح النموذجي لامتحان السداسي الثالث في مادة الإحصاء 03

**التمرين الأول (6.5 نقاط):**

المطلوب هو حساب:  $P(\bar{p}_1 - \bar{p}_2 \geq 0.04) = ?$

لدينا:  $Z = \frac{(\bar{p}_1 - \bar{p}_2) - (P_1 - P_2)}{\sqrt{\frac{P_1 q_1}{n_1} + \frac{P_2 q_2}{n_2}}} = \frac{(0.04) - (0.65 - 0.45)}{\sqrt{\frac{0.65 \times 0.35}{80} + \frac{0.45 \times 0.55}{160}}} = -2.42$  ، ومنه:

$$p(\bar{p}_1 - \bar{p}_2 \geq 0.04) = p(Z \geq -2.42) = p(Z \leq 2.42) = 0.9922$$

**التمرين الثاني (7 نقاط):**

حساب فترة الثقة 90% للفرق بين متوسطي المجتمعين المجهولين ذو تباينين مجهولين ومتساويين:

لدينا:  $1 - \alpha = 0.90 \Rightarrow \alpha = 0.10 \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0.05$

$$\bar{X}_2 = 20 \quad , \quad \bar{X}_1 = 30 \quad , \quad S_2^2 = 10 \quad , \quad S_1^2 = 14 \quad , \quad n_2 = 8 \quad , \quad n_1 = 12$$

$$S_p^2 = \frac{(n_1 - 1)S_1^2 + (n_2 - 1)S_2^2}{n_1 + n_2 - 2} = \frac{(12 - 1)14 + (8 - 1)10}{12 + 8 - 2} = 12.44$$
 ولينا:

ومن جدول توزيع ستودنت  $t$  نجد:  $\nu = n_1 + n_2 - 2 = 12 + 8 - 2 = 18$

$$t_{\left(\frac{\alpha}{2}, \nu\right)} = t_{(0.05, 18)} = 1.734$$

ويتطبيق العلاقة:

$$(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - t_{\left(\frac{\alpha}{2}, \nu\right)} \sqrt{S_p^2 \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)} \leq \mu_1 - \mu_2 \leq (\bar{X}_1 - \bar{X}_2) + t_{\left(\frac{\alpha}{2}, \nu\right)} \sqrt{S_p^2 \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}$$

نجد:

$$(30 - 20) - 1.734 \sqrt{12.44 \left(\frac{1}{12} + \frac{1}{8}\right)} \leq \mu_1 - \mu_2 \leq (30 - 20) + 1.734 \sqrt{12.44 \left(\frac{1}{12} + \frac{1}{8}\right)}$$

$$7.21 \leq \mu_1 - \mu_2 \leq 12.79 \quad \text{أي أن:}$$

إذن فترة الثقة 90% للفرق بين متوسطي المجتمعين هي: [7.21 , 12.79]

### التمرين الثالث (6.5 نقاط):

$$\begin{cases} H_0: \mu = 1100 \\ H_1: \mu \neq 1100 \end{cases} \quad \checkmark \text{ تحديد الفرضيات:}$$

✓ تحديد قاعدة القرار: بما أن صيغة الفرضية جاءت بالشكل مساواة وعدم مساواة فإن الاختبار ذو ذيلين (اختبار ثنائي الاتجاه). لذا سوف نرفض  $H_0$  عند مستوى المعنوية  $\alpha = 0.05$  إذا كانت

$$Z_t = Z_{\frac{\alpha}{2}} \text{ ، حيث } Z_c < -Z_t \text{ أو } Z_c > +Z_t$$

$$\checkmark \text{ حساب القيمة الفعلية للمتغيرة } Z_c \text{ لدينا: } Z_c = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} = \frac{1120 - 1100}{\frac{90}{\sqrt{169}}} = 2.89$$

✓ استخراج القيمة الجدولية للمتغيرة  $Z_t$  : لدينا مستوى الدلالة (المعنوية):  $\alpha = 0.05$  ومنه:

ومن جدول التوزيع الطبيعي المعياري، القيم الجدولية للمتغيرة  $Z_t$  التي تقابل  $\frac{\alpha}{2} = \frac{0.05}{2} = 0.025$  ،

$\frac{\alpha}{2} = 0.025$  (الاختبار من اتجاهين) هي :  $Z_t = +1.96$  ،  $-Z_t = -1.96$  ، أي أن القيم

$$\text{الدرجة هي: } Z_{\frac{\alpha}{2}} = +1.96 \text{ ، } -Z_{\frac{\alpha}{2}} = -1.96$$

✓ المقارنة واتخاذ القرار: بمقارنة  $Z_c$  و  $Z_t$  نجد أن:  $(Z_c = 2.89) > (Z_t = 1.96)$  ، أي أن

القيمة الفعلية للمتغيرة  $Z_c$  أكبر من القيمة الجدولية للمتغيرة  $Z_t$  ، ومنه القرار المتخذ هو: رفض الفرضية

الصفرية  $H_0$  وقبول الفرضية البديلة  $H_1$  عند مستوى الدلالة  $\alpha = 0.05$  ، ومنه فعلا العلاقة:

$H_1: \mu \neq 1100$  محققة (مقبولة)، بمعنى: الشركة لا يمكنها الادعاء بأن مصابيحها تشتغل لمدة

1100 ساعة.

..... بالتوفيق .....

أ. د / بلعيدي ع